

UTILIZAÇÃO DA COMPONENTE VERTICAL DE CAMPOS MAGNÉTICOS ALTERNADOS NA INTERPRETAÇÃO GEOLÓGICA

EDSON EMANOEL STARTERI SAMPAIO*

ABSTRACT The theoretical solutions for the behavior of the sinusoidal electromagnetic fields of a plane wave within a two quarter spaces earth are established. The results for the fields, induced by the lateral contrast of conductivity, are given in the form of inverse Fourier cosine transforms. They have been obtained by solving Helmholtz wave equations subject to the proper boundary conditions. Two parameters, the modulus and the argument of the normalized vertical component of the magnetic field intensity, have been computed for five values of the contrast of electrical conductivity, and as a function of induction number. The analysis of the curves obtained for the two parameters shows that: (i) the modulus may be used in the geological interpretation of structures with one vertical contact, and it presents the advantage of being accurately and rapidly measured; (ii) though the argument does not render any additional information, it may be combined to the modulus to calculate the tilt angle of the polarization ellipse, which is the parameter normally measured in both the AFMAG and VLF methods surveys.

INTRODUÇÃO A determinação das propriedades elétricas do subsolo possui além de outras utilidades a propriedade de indicar a localização de contatos e falhas, bem como auxiliar na identificação dos tipos litológicos envolvidos. A investigação das propriedades elétricas do subsolo, quando o mesmo consiste em dois meios de condutividades elétricas distintas separados por uma interface vertical já foi feita, tendo o problema sido solucionado para os métodos de eletrorresistividade (Keller e Frischknecht, 1970) e magnetotélúrico por d'Erceville e Kunetz (1962). Entretanto, estes dois métodos envolvem medidas indiretas de uma componente horizontal do campo elétrico, o que acarreta problemas de ordem prática, como precisão da medida e um tempo longo para a mesma ser efetuada. Além disso, a medida varia de acordo com a direção na qual o valor do campo elétrico é determinado. A medida da componente vertical de campos magnéticos no intervalo de rádio- e audiofrequências se apresenta mais precisa e necessita de um menor tempo para ser efetuada. Será objetivo do presente trabalho investigar a determinação da variação da condutividade elétrica do subsolo quando este for constituído por dois meios separados entre si por uma interface vertical, utilizando o módulo e o argumento da componente vertical do campo magnético. Inicialmente, será desenvolvida a solução analítica do problema, seguindo uma modificação da solução determinada por d'Erceville e Kunetz (1962).

O problema já foi solucionado com um encaminhamento diferente, por Jones (1972), baseado em resultados anteriores de Jones e Price (1970) e Jones e Pascoe (1971), e por Geyer (1972), como um caso particular da solução de interfaces inclinadas. Entretanto, Jones (1972) calculou as componentes do campo eletromagnético para um único contraste de condutividade elétrica com o objetivo de determinar a variação com a altitude,

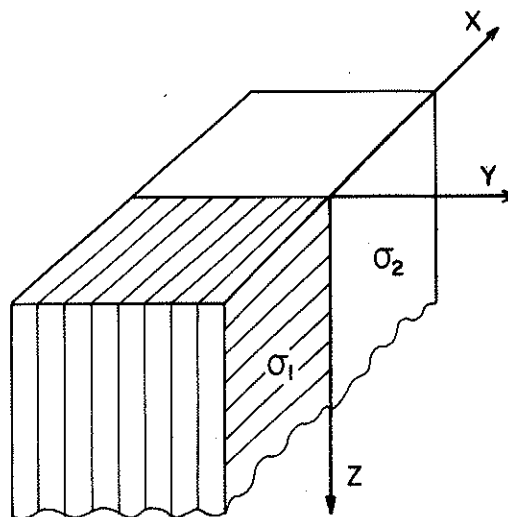
*Departamento de Geologia e Geofísica Aplicada, Instituto de Geociências da UFBA, Salvador, Bahia, Brasil

enquanto Geyer (1972) calculou as componentes do campo eletromagnético considerando um dos meios como infinitamente condutor.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA Seja um terreno constituído de dois meios de condutividades elétricas distintas e finitas separados por uma interface vertical, e sobreposto por um semi-espaco de condutividade nula, conforme é ilustrado pela Fig. 1. O terreno encontra-se sujeito à ação de uma onda eletromagnética plana que se propaga na direção vertical, no sentido positivo da coordenada z .

O problema geral pode ser subdividido em dois casos: a) caso de polarização magnética, no qual o campo magnético primário H consiste apenas na componente H_y paralela à direção da interface; b) caso de polarização elétrica, no qual o campo elétrico primário E consiste apenas na componente E_y paralela à direção da interface. A simetria do problema condiciona não haver variação dos campos na direção y , portanto a ocorrência da componente vertical secundária do campo magnético (H_z) está restrita ao caso de polarização elétrica, conforme pode ser verificado através da análise das equações de Maxwell do eletromagnetismo.

Figura 1 — Configuração de um terreno constituído por dois meios separados por uma interface vertical



Em vista do exposto, é suficiente determinar a solução do problema para o caso de polarização elétrica. Convém chamar a atenção que as únicas componentes do campo eletromagnético, que são diferentes de zero, são E_y de agora em diante denominado apenas E , H_x e H_z . Trata-se portanto de determinar soluções da equação de onda de Helmholtz, em ambos os meios da subsuperfície, sujeita às condições de contorno. Como os campos elétrico e magnético se relacionam através das equações de Maxwell,

$$\begin{aligned} \text{e} \quad & \text{rot. } H = \sigma E & (1) \\ & \text{rot. } E = j\omega\mu_0 H & (2) \end{aligned}$$

onde: σ representa a condutividade elétrica, μ_0 representa a permeabilidade magnética, $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência, e $j = \sqrt{-1}$; é suficiente solucionar a equação de onda de Helmholtz para o campo elétrico,

$$\begin{aligned} & (\nabla^2 + \kappa_i^2)E = 0, \quad i = 1, 2, & (3) \\ \text{onde} \quad & \kappa_i^2 = j\omega\mu_0\sigma_i, \quad \text{Re}(\kappa_i) > 0 \text{ e } \text{Im}(\kappa_i) > 0. \end{aligned}$$

Nas Eqs. (1) e (3), o termo referente à corrente de deslocamento não foi considerado por apresentar magnitude extremamente baixa para os valores de frequência utilizados em prospecção geofísica, sendo portanto desprezível em comparação com a corrente de transporte.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA As soluções da Eq. (3) para os dois meios considerados são as seguintes:

$$E_1 = A \exp(j\kappa_1 z) + \int_0^\infty F_1(s) \cos(sz) \exp(u_1 x) ds, \quad (4)$$

$$E_2 = B \exp(j\kappa_2 z) + \int_0^\infty F_2(s) \cos(sz) \exp(-u_2 x) ds, \quad (5)$$

sendo a expressão (4) válida para $x < 0$, a expressão (5) válida para $x > 0$, s a variável de integração e

$$u_i = (s^2 - \kappa_i^2)^{1/2} \quad (6)$$

para $i = 1, 2$, e $\text{Re}(u_i) > 0$.

O primeiro termo do lado direito, tanto na expressão (4) como na (5), representa o campo elétrico no interior do semi-espaco condutor, na ausência do contraste lateral de condutividade (Cagniard, 1953), isto é, se o semi-espaco fosse constituído apenas do meio 1 ou do 2. As integrais impróprias em ambas as expressões constituem os campos secundários devidos à existência da descontinuidade lateral no valor da condutividade elétrica, d'Erceville e Kunetz (1962).

Para determinar as funções $F_1(s)$ e $F_2(s)$ é necessário aplicar as três condições de contorno pertinentes.

1.^a condição: $H_x = H$ (um valor constante) para $z = 0$. Esta condição de contorno, estabelecida primeiramente por Cagniard (1953), já foi levada em consideração no estabelecimento das expressões (4) e (5). Aplicando a Eq. (2) nas expressões (4) e (5) e levando em conta a condição de contorno, obtém-se:

$$A = -(\omega\mu_0/\kappa_1)H, \quad (7)$$

e

$$B = -(\omega\mu_0/\kappa_2)H. \quad (8)$$

2.^a condição: Continuidade de H_z para $x = 0$. Novamente, aplicando a Eq. (2) nas expressões (4) e (5) e considerando a condição de contorno, obtém-se:

$$u_1 F_1(s) = -u_2 F_2(s) \quad (9)$$

3.^a condição: Continuidade de E para $x = 0$; após a substituição dos valores de A e de B obtidos, respectivamente, das expressões (7) e (8) e igualando os termos obtém-se

$$\omega\mu_0 H [\exp(j\kappa_2 z)/\kappa_2 - \exp(j\kappa_1 z)/\kappa_1] = \int_0^\infty [F_2(s) - F_1(s)] \cos(sz) ds \quad (10)$$

utilizando a transformada inversa de Fourier da expressão (10) e integrando conclui-se que

$$F_2(s) - F_1(s) = -2j\omega\mu_0 H(u_1^2 - u_2^2)/(\Pi u_1^2 u_2^2), \quad (11)$$

resolvendo o sistema constituído das expressões (9) e (11), obtém-se

$$\begin{aligned} F_2(s) &= -2j\omega\mu_0 H(u_1 - u_2)/(\Pi u_1 u_2^2) \\ F_1(s) &= 2j\omega\mu_0 H(u_1 - u_2)/(\Pi u_1^2 u_2). \end{aligned} \quad \begin{matrix} (12) \\ (13) \end{matrix}$$

Substituindo os valores de $F_1(s)$ nas expressões (4) e (5) e utilizando a Eq. (2), obtém-se os valores normalizados das componentes verticais do campo magnético na superfície do semi-espaco condutor.

$$(H_{z1}/H) = 2/\Pi \int_0^\infty \frac{(u_1 - u_2)}{u_1 u_2} \exp(u_1 x) ds \quad \text{para } x < 0 \quad (14)$$

$$(H_{z2}/H) = 2/\Pi \int_0^\infty \frac{(u_1 - u_2)}{u_1 u_2} \exp(-u_2 x) ds \quad \text{para } x > 0 \quad (15)$$

ANÁLISE NUMÉRICA A integração analítica das expressões (14) e (15) é extremamente difícil, senão impossível, de ser efetuada. Por esta razão ambas as integrações foram calculadas numericamente. Os valores do módulo e do argumento do campo magnético vertical normalizado pelo campo magnético horizontal foram calculados, em ambos os lados da interface, para cinco valores diferentes do contraste de condutividade σ_2/σ_1 , efetuando a integração, utilizando a regra trapezoidal de Simpson com um mínimo de 2 000 pontos. Os campos foram determinados em função do número de indução θ_1 , onde

$$\theta_1^2 = \omega\mu_0\sigma_1 x^2/2. \quad (16)$$

O número de indução apresenta a vantagem de ser adimensional e de fornecer diretamente o valor da condutividade elétrica já que se conhece o valor da frequência e das distâncias envolvidas em cada levantamento e

$$\mu_0 = 12,566 \times 10^{-7} \text{ Henry/m} \quad (17)$$

Todos os cálculos foram executados em um computador IBM/360 Mod. 40 e os valores de contraste de condutividade utilizados foram 3, 0,1, 0,0333, 0,01 e 0,001, enquanto os valores do número de indução utilizados, para ambos os compartimentos, foram de 0,0 a 2,0 com intervalo de 0,25. As funções representando o módulo e o argumento de (H_{zi}/H) encontram-se representadas, sob a forma de curvas paramétricas, nas Figs. 2 e 3, respectivamente. Através do ajuste dos dados de campo a estas curvas é possível determinar a localização da interface e os dois valores de condutividade elétrica do subsolo.

Por observação das curvas das Figs. 2 e 3, verifica-se que a localização da interface está diretamente abaixo do valor máximo da amplitude do campo vertical normalizado e do valor mínimo do argumento. Tanto o módulo como o argumento apresentam uma variação assimétrica em relação à interface: o módulo decai mais rapidamente sobre o compartimento de condutividade mais elevada e o argumento cresce mais rapidamente também sobre o compartimento de condutividade mais alta. O módulo se presta melhor à interpretação dos valores de condutividade porque, para cada valor do número de indução, as curvas apresentam valores bem distintos, o que não ocorre no caso do argumento. Além disso, o contraste entre os valores dos módulos é mais elevado no ponto de magnitude máxima, onde o módulo pode ser mais precisamente determinado. Na Fig. 3 se observa uma diferença marcante entre a curva para $\sigma_2/\sigma_1 = 3$ e as demais curvas. Isto ocorre porque a citada curva corresponde a estar o compartimento mais condutor do

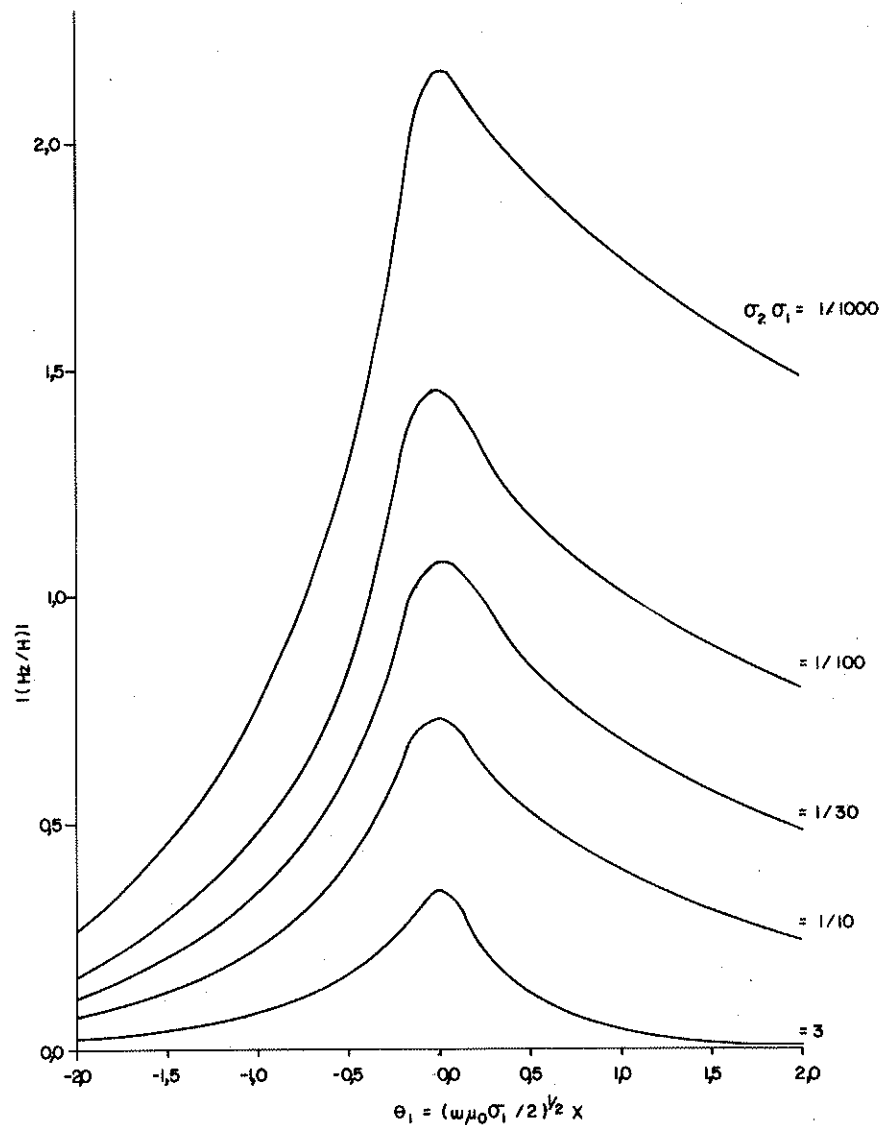


Figura 2 – Módulo de (H_z/H) em função de θ_1 para cinco valores de (σ_2/σ_1)

lado direito da interface. Como consequência, próximo à interface, a componente vertical do campo magnético é negativa — orientada verticalmente para cima, segundo a convenção adotada neste artigo, para o caso de contraste de condutividade maior que 1. Em todos os casos de contraste de condutividade menor que 1, a componente vertical do campo magnético é positiva próximo à interface.

CONCLUSÕES Os resultados obtidos podem ser utilizados na interpretação de estruturas geológicas verticais, quando ocorrem rochas, em contato, apresentando valores diferentes de condutividade elétrica. Além disso, quando se realizam investigações da variação das propriedades elétricas do substrato com a profundidade, variações laterais

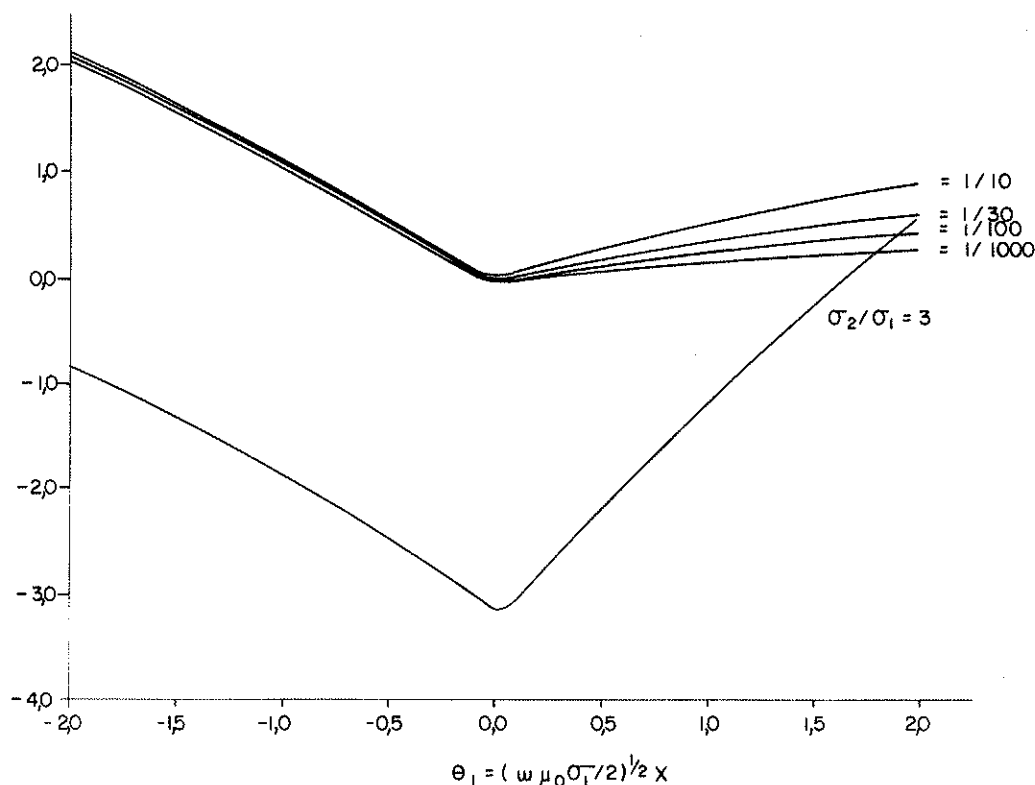


Figura 3 — Argumento de (H_z/H) em função de θ_1 para cinco valores de (σ_2/σ_1)

interferem nos resultados obtidos. A medida da componente vertical do campo magnético é necessária, nestes casos, para que se tenha um controle do erro existente nas medidas e para que estas sejam efetuadas distante da interface quando possível. Aparentemente, o novo equipamento do método magnetotelúrico, construído pela Geotronics, amolda-se às idéias aqui discutidas, pois o mesmo também possui uma bobina receptora de eixo vertical.

Existe uma série de métodos eletromagnéticos terrestres e aéreos que são utilizados no levantamento geológico, entre os quais se situam, principalmente, o método AFMAG — *audio frequency magnetic* — e o método VLF — *very low frequency*. Os citados métodos, em suas versões terrestres, medem o ângulo de inclinação do eixo maior da elipse de polarização do campo magnético. Este parâmetro pode ser computado a partir dos valores do módulo e do argumento, conforme foi demonstrado por Smith e Ward (1974). Portanto, os resultados obtidos neste trabalho podem ser utilizados na interpretação de levantamentos com os métodos AFMAG e VLF. Em suas versões aéreas, os métodos medem a relação entre duas componentes do campo magnético, em um mesmo plano vertical, orientadas perpendicularmente entre si. Esta relação pode ser calculada a partir do valor do módulo e do argumento por projeção dos valores na direção da medida. Como o campo magnético varia pouco com a altitude (Cagniard, 1953), os resultados obtidos para a superfície podem ser aplicados aproximadamente aos levantamentos aéreos eletromagnéticos, os quais são efetuados a alturas médias de 100 m do terreno.

O Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Geofísica da Universidade Federal da Bahia possui um projeto de pesquisa em Desenvolvimento de Instrumentação Geo-

física. O citado projeto de pesquisa conta com um novo equipamento eletromagnético que possibilitará a verificação, no campo, das idéias aqui desenvolvidas. Em caso de confirmação prática da análise teórica, deverão ser analisados os casos de um dique vertical condutor e uma falha vertical condutora, os quais consistem de extensão da análise efetuada neste artigo. Paralelamente, poderá ser iniciada a construção de um equipamento eletromagnético específico para este tipo de levantamento geofísico em virtude de o equipamento já existente ter outras aplicações e apresentar desvantagens de ordem prática, na determinação das medidas do módulo e do argumento, se for utilizado em levantamentos geológicos.

AGRADECIMENTOS Queremos agradecer ao Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Geofísica da Universidade Federal da Bahia na pessoa de seu coordenador, Professor Carlos Dias, por criar um ambiente favorável ao desenvolvimento desta pesquisa e por permitir a utilização de tempo de computação. Agradeço ao Professor Shiguemi Fujimori pelas sugestões dadas no sentido de enfatizar o objetivo geológico e de sugerir a criação de uma nova técnica de levantamento geofísico. Agradeço à Srta. Angelina Bonfim pela prestimosa colaboração na datilografia e organização do material e ao Sr. Alberto Farias pela confecção das figuras.

BIBLIOGRAFIA

- CAGNIARD, L. — 1953 — Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting, *Geophysics* **18** (3): 605-635
- D'ERCEVILLE, I. e KUNETZ, G. — 1962 — The effect of a fault on the earth's natural electromagnetic field, *Geophysics* **27** (5): 651-665
- GEYER, R. — 1972 — The effect of a dipping contact on the behavior of the electromagnetic field, *Geophysics* **37** (2): 337-350
- JONES, F. — 1972 — The electromagnetic perturbation fields of conductivity anomalies within the earth, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **30**: 211-228
- JONES, F. e PASCOE, L. — 1971 — A general computer program to determine the perturbation of alternating electric currents in a two-dimensional model of a region of uniform conductivity with an embedded inhomogeneity, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **24**: 3-30
- JONES, F. e PRICE, A. — 1970 — The perturbations of alternating geomagnetic fields by conductivity anomalies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **20**: 317-334
- KELLER, G. e FRISCHKNECHT, F. — 1970 — *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*, Cap. 3, 1.^a ed., Oxford, Pergamon Press, 517 pp.
- SMITH, B. e WARD, S. — 1974 — On the computation of polarization ellipse parameters, *Geophysics* **39** (6): 867-869